



## APRENDIZADO DE ESTRUTURAS AUXILIADO PELA GEOMETRIA DINÂMICA INTERATIVA: UMA ABORDAGEM FENOMENOGRÁFICA

Maria Bernardete Barison

UEL - Universidade estadual de Londrina, Departamento de Matemática.  
barison@uel.br

César Ballarotti

UEL - Universidade Estadual de Londrina, Departamento de Estruturas.  
cballarotti@sercomtel.com.br

Marie Claire Ribeiro Póla

marieclaire@yahoo.com.br

### RESUMO

O processo de ensino/aprendizagem de Desenho, Geometria e Sistemas Estruturais nas séries iniciais dos cursos de arquitetura e engenharia, é desenvolvido através da interdisciplinaridade, cujo objetivo maior é identificar através da geometria e da física, os fenômenos que agem em uma estrutura. A compreensão desses fenômenos é de fundamental importância, o que pode ser feito com os cinco elementos estruturais básicos que relacionam carga, reações, forças horizontais, vão e altura útil de uma estrutura. Esses fenômenos são compreendidos por auxílio da Geometria Dinâmica. Os resultados de aprendizagem são fenomenograficamente analisados e apresentados.

**Palavras-chave: Desenho, Geometria Dinâmica, Estruturas, Aprendizagem, Fenomenografia.**

### RÉSUMÉ

Le processus d'enseignement/apprentissage de Dessin, de Géométrie et de Systèmes Structurels dans les séries initiales des cours d'architecture et d'ingénierie, est développé à travers l'interdisciplinarité dont le plus grand objectif est d'identifier à travers la géométrie et la physique, les phénomènes qui agissent dans une structure. La compréhension de ces phénomènes est de fondamentale importance, de ce qui peut être fait avec les cinq éléments structurels basiques qui rapportent chargement, réactions, forces horizontales, fente et hauteur utile d'une structure. Ces phénomènes sont compris avec l'aide de la Géométrie Dynamique.

Lês résultats d'apprentissage sont phenomenographiquement analysés et présentés.

**Mots clé: Dessin, Géométrie Dynamique Interactive, Structures, Apprentissage, Phenomenographie.**

## 1 Introdução

A questão da aprendizagem de Estruturas nos cursos de engenharia e arquitetura está diretamente relacionada com o Desenho e a Geometria. Uma das questões focalizadas no aprendizado de Estruturas são os elementos básicos: carga, reações, forças horizontais de tração e compressão, vão e altura útil.

O curso de Desenho e Geometria que estamos desenvolvendo com os estudantes de engenharia e arquitetura contextualiza as obras arquitetônicas de alguns períodos históricos na ótica da Geometria e do conhecimento da Estrutura de cada época. A necessidade do estudo das formas geométricas é fator determinante para se conseguir responder às questões: a) que forma é esta e por que utilizá-la? b) como essa forma transmite carga e se equilibra no vão? c) como a Geometria Dinâmica Interativa pode ilustrar e relacionar esses elementos básicos de estruturas? Considerando a primeira questão, REBELLO et al. (2006) enfatizam a importância da geometria aplicada ao desenho.

A expressão gráfica das formas idealizadas mentalmente, conservando-se suas bases dimensionais, tornou-se possível pela geometria, parte da matemática que estuda as propriedades relativas a pontos, linhas, superfícies e que, aplicada ao desenho, confere-lhe precisão ao manter suas proporções (REBELLO et al., 2006).

Assim, podemos dizer que a perfeita compreensão da razão de ser de uma estrutura, depende da identificação da harmonia existente entre a forma e a estrutura, ou seja, do arranjo estrutural assim como compreender a harmonia entre a geometria da seção da estrutura e os fenômenos físicos a ela associados.

Ao fazermos esta interdisciplinaridade uma pergunta nos vem à mente: "Porque os arquitetos e engenheiros realmente precisam saber sobre geometria e estruturas?" O arquiteto VAN DER ROHE (1972) responde a essa questão dizendo:

*Arquitetos de Engenheiros quando projetam uma edificação, precisam prestar particular atenção aos aspectos relativos aos sistemas estruturais, porque todas as formas geométricas que não são determinadas por necessidades estruturais precisam ser evitadas (VAN DER ROHE, 1972).*

Assim sendo, pensamos que a harmonia entre as disciplinas Desenho, Geometria e Estruturas, auxiliado pela fenomenografia permitirá ao estudante a compreensão dos fenômenos e ao professor analisar e diagnosticar essa compreensão.

Segundo RAMSDEN et al. (1993), pela compreensão nós significamos a maneira como os fenômenos são apreendidos e discernidos, ou melhor, o que nós sabemos sobre eles ou como nós podemos manipulá-los. É perfeitamente possível utilizar fórmulas e conhecimentos memorizados do livro texto, no entanto torna-se esta, uma estratégia inútil para resolver problemas reais.

*Muitas vezes um estudante é capaz de praticar o que a ele tem sido ensinado ou o feito ver, mas se ele se encontrar em erro não saberá como encontrá-lo e corrigi-lo (RAMSDEN et al., 1993).*

No presente estudo, utilizamos a geometria dinâmica interativa para auxiliar na compreensão dos fenômenos que envolvem o entendimento dos cinco elementos básicos estruturais. Buscamos resposta para a seguinte questão: “*Como o aluno relaciona os elementos básicos estruturais com o auxílio da geometria dinâmica interativa?*”.

## **2 A Fenomenografia e os Conceitos Básicos de Estruturas**

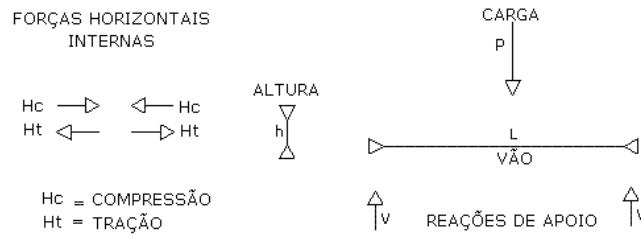
Este estudo se apóia na Fenomenografia que adota uma postura experiencial da aprendizagem do estudante cujo foco tem sido chamado “relacional”. Isso é bastante diferente de uma posição empirista onde o conhecimento se origina diretamente de uma realidade externa, e de modelos dualísticos da ciência cognitiva e da psicologia construtivista (PROSSER et al., 2000)

Buscamos analisar a compreensão dos elementos básicos estruturais os quais, acreditamos que se bem compreendidos, permitirão que o estudante consiga conceber ou entender qualquer sistema estrutural, por mais complexo que ele seja.

Esses elementos básicos são: altura útil e vão (geométricos), carga, reação e esforços horizontais (físicos). Nesse caso, o aluno deve dominar os seguintes conhecimentos relacionados: altura útil que é a distancia ( $h$ ) que separa a forças horizontais de tração ( $H_t$ ) das de compressão ( $H_c$ ); vão que é a distancia ( $L$ ) que separa as reações verticais ( $V$ ) e geram o braço externo de alavanca; carga ( $P$ ), que representa o peso próprio, das paredes e lajes que a viga suporta; as reações verticais ( $V$ ) que representam a ação dos apoios sobre a viga, que a equilibram verticalmente e por último, as forças horizontais ( $H_c$  e  $H_t$ ) aplicadas no centro de gravidade das extremidades horizontais da estrutura e que geram o braço interno de alavanca. Esses cinco elementos básicos são estudados nas primeiras lições da disciplina Sistemas Estruturais enquanto que dois deles (vão e altura) são estudados na disciplina Desenho e Geometria.

Descobrimos na Geometria Dinâmica Interativa uma importante ferramenta de ensino, pois ela permite explorar como esses cinco elementos interagem, considerando as questões geométricas: vão e altura ( $L$  e  $h$ ) e as questões físicas: carga, reação e forças horizontais ( $P$ ,  $V$

e H). A Figura 1 apresenta os símbolos utilizados para representar esses cinco elementos estruturais.



**Figura 1:** Simbologia dos cinco elementos estruturais.

Na perspectiva fenomenográfica, o conhecimento é constituído através de relações internas entre o conhecedor (o sujeito) e o objeto do conhecimento ou o conhecer (o objeto). Os fenômenos experienciados são, portanto, o que nós poderíamos tentar descrever em nossos estudos de aprendizagem.

Os fenômenos que se destacam neste estudo são: a interpretação do desenho a partir dos seus elementos básicos constitutivos (ponto, linha e superfície); os mecanismos estruturais básicos a partir do arranjo estrutural e o equilíbrio externo e interno a partir dos seus elementos básicos constitutivos (carga, vão, reações, forças horizontais e altura útil). Do ponto de vista do pesquisador fenomenográfico, as relações que constituem o conhecimento são localizadas entre os indivíduos e os fenômenos do mundo ao redor deles (RAMSDEN et al., 1993).

### 3 Metodologia

Nesta seção descrevemos como se deu a construção e manipulação dos modelos no “Cabri Géomètre” e apresentamos a forma com a qual os dados foram coletados junto aos estudantes.

#### 3.1 Utilização da Geometria Dinâmica Interativa

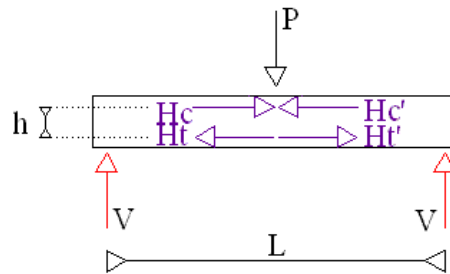
O presente estudo utilizou o software de geometria dinâmica “Cabri Géomètre” que permite construir figuras da geometria elementar que podem se movimentar conservando-se as propriedades. Constitui-se em ferramenta auxiliar no ensino/aprendizagem de Geometria e será aqui experimentado no Ensino de Estruturas com a construção de “applets” a serem disponibilizados na internet e manipulados pelos estudantes para fins de experimentação das propriedades físicas e geométricas de elementos estruturais. Acredita-se que os estudantes universitários, habituados a jogar videogames tenham motivação para manipular esses modelos no computador, o que pode levá-los a perceber os fenômenos associados aos elementos geométricos e físicos.

#### 3.2 Construção e Manipulação dos Modelos

Para nosso estudo inicial com o “Cabri Géomètre”, consideramos um elemento da construção que normalmente é focalizado no início dos estudos da disciplina de estruturas: a viga bi apoiada. O objetivo é que o estudante aprenda como se dá o funcionamento de uma estrutura

através da modificação de suas formas e dimensões e seus efeitos físicos associados.

Seja a viga bi apoiada de altura útil ( $h$  = distância entre  $H_c$  e  $H_t$ ) e vão ( $L$ ). Seja uma carga ( $P$ ) agindo centralmente na viga, as reações de apoio ( $V$ ) e as forças horizontais internas de compressão ( $H_c$  e  $H_c'$ ) e tração ( $H_t$  e  $H_t'$ ), conforme pode ser observado na Figura 2.

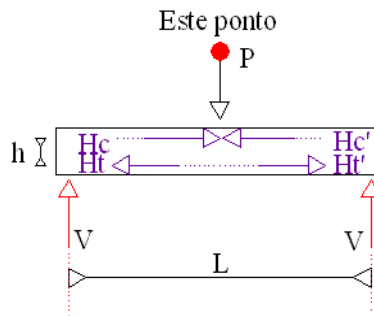


**Figura 2:** Viga bi apoiada e os cinco elementos estruturais.

Utilizando o programa “Cabri-Géomètre”, foram construídos três modelos que serão apresentados e explicados a seguir.

### 3.3 Modelo 1 - Variação da carga $P$

Esse modelo permitirá a manipulação dinâmica, mostrando o que acontece com os elementos  $L$ ,  $H$ ,  $h$ , e  $V$  ao aumentar ou diminuir a carga  $P$ , o que pode ser observado na Figura 3.

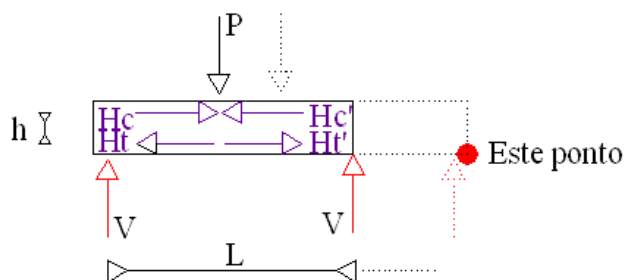


**Figura 3:** Modelo de viga bi apoiada com os cinco elementos e manipulação da carga  $P$ .

A exploração desse primeiro modelo segue a seguinte orientação: ao movimentar o ponto  $P$  para cima ou para baixo, as reações de apoio ( $V$ ) e as forças horizontais ( $H_c$ ,  $H_c'$  e  $H_t$ ,  $H_t'$ ) aumentam ou diminuem de forma proporcional e linear. Nesse caso as variáveis dependentes são  $V$  e  $H$  e assim a manipulação da carga  $P$  (variável independente) produzirá a variação daquelas. Os demais elementos permanecem constantes.

### 3.4 Modelo 2 - Variação do vão $L$

Esse segundo modelo permitirá a manipulação dinâmica, mostrando o que acontece com os elementos  $P$ ,  $H$ ,  $h$ , e  $V$  ao aumentar ou diminuir o vão  $L$ , o que pode ser observado na Figura 4.

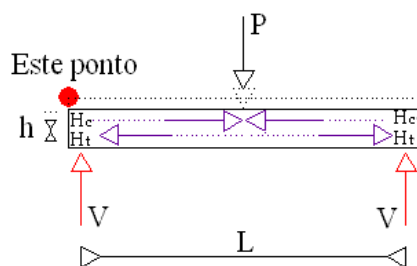


**Figura 4:** Modelo de viga bi apoiada com os cinco elementos e manipulação do vão L.

Ao movimentar o ponto que se encontra na extremidade da viga a carga P continuará centrada e o vão (L) diminuirá e a reação (V) corre junto com a extremidade da viga para o lado. Pergunta-se: “Aumentando ou diminuindo o vão (L), o que acontece com os outros parâmetros da viga?” Como resultado o aluno verá que apenas as forças horizontais (Hc, Hc', Ht e Ht') aumentam em proporção linear.

### 3.5 Modelo 3 - Variação da altura h

Esse modelo permitirá a manipulação dinâmica, mostrando o que acontece com os elementos P, H, L, e V ao aumentar ou diminuir a altura útil (h) da viga, o que pode ser observado na Figura 5.



**Figura 5:** Modelo de viga bi apoiada com os cinco elementos e manipulação da altura h.

Ao movimentar o ponto para cima e para baixo de forma que aumente e diminua a altura (h) as forças internas horizontais de compressão (Hc e o Hc') sobem e descem, enquanto que o as forças internas horizontais de tração (Ht e Ht') permanecem na base da viga. No entanto, as duas forças internas (Hc, Hc', Ht e Ht') diminuem de forma proporcional e linear.

### 3.6 Aplicação dos Questionários com os Estudantes

Inicialmente foi feita uma pequena explanação aos estudantes sobre a viga bi apoiada e seus cinco elementos, seguida de uma breve discussão conceitual.

Após essa discussão inicial, os estudantes acessaram a internet no endereço: [http://www.mat.uel.br/geometrica/ballarotti/tru/tru\\_1t.php](http://www.mat.uel.br/geometrica/ballarotti/tru/tru_1t.php) e trabalhando em duplas, leram atentamente a página, manipularam os “*applets*”, discutiram entre eles para em seguida responder a um questionário com 3 questões de identificação pessoal e 7 questões sobre o conteúdo estudado.

Entre 43 estudantes entrevistados 28 são do sexo feminino e 15 do sexo masculino, 39 possuem menos de 21 anos e 4 entre 21 a 30 anos.

A primeira questão explora como o estudante define uma viga e como ele a representa graficamente. A segunda questão pede que o estudante cite quais são os cinco elementos estruturais e defina cada um deles. A terceira questão solicita que o estudante identifique quais desses cinco elementos são grandezas físicas e geométricas. Outras três questões exploram o que acontece com os elementos em se aumentando ou diminuindo a carga (P), o vão (L) e a altura (h). Finalmente foi solicitado ao aluno que fizesse uma conclusão dizendo como ele acha que as variáveis geométricas influenciam as físicas.

## **4 Resultados e Discussão**

Ao analisar os dados fazemos uma reflexão teórica relacionando os elementos básicos da geometria e da estrutura à luz da Fenomenografia. No questionário são identificados os elementos que relacionam os preceitos da Fenomenografia com os fenômenos e conceitos dos alunos a serem categorizados.

### **4.1 Categorização das Respostas**

As respostas das questões foram categorizadas no sentido de saber como o aluno as interpretou.

#### **Questão 1**

Nesta primeira questão pergunta-se: “O que é uma viga?” Os estudantes responderam: estrutura horizontal de sustentação. As respostas foram separadas em duas partes: “o que?” e “como?” como segue: “O que?” estrutura horizontal, prisma de base retangular; “Como?” de sustentação, apoiada em pilares/paredes, que suporta forças e conduz aos pilares. Destacam-se como palavras chave: horizontal e sustentação. Conclui-se que o aluno percebeu que viga é algo horizontal que dá sustentação ao teto de uma edificação.

#### **Questão 2**

Nesta segunda questão pergunta-se: “Quais são os cinco elementos estruturais? Da mesma forma as respostas foram classificadas em “o que?” onde a maioria dos estudantes descreveu corretamente cada elemento, e “como?” onde os estudantes deram a função de cada elemento, mas nem sempre desenhando a altura (h) como distância entre as forças internas horizontais ( $H_c$  e  $H_t$ ). Destacam-se como palavras chave: carga, vão, reação, distância e forças internas.

Conclui-se que o aluno percebeu cada elemento separadamente, mas sem fazer nenhuma relação entre eles. Na verdade, a altura (h) não é a altura da viga e sim a distância entre os vetores ( $H_c$  e  $H_t$ ). O aluno também confunde distância com comprimento, por exemplo: vão livre é a distância entre as faces internas dos apoios e vão teórico é a distância entre os pontos de apoio, ou seja, entre os vetores reação de apoio.

No entanto, observou-se que os desenhos foram reproduzidos com bastante precisão

pela maioria dos alunos.

### **Questões 3 a 7**

As questões de 3 a 7 são apenas de definição dos 5 elementos.

### **Questão 9**

A questão 9 deseja saber o que acontece com os elementos L, H, h e V ao aumentar ou diminuir a carga P. Os alunos responderam a essa questão conforme as seguintes categorias:

Quadro 1. Resposta certa (27). Esses alunos aparentemente entenderam que a grandeza física carga (P) não afeta as grandezas geométricas na viga.

Quadro 2. Resposta certa, mas incompleta (13). Supõe-se que esses alunos entenderam parcialmente a relação entre grandezas físicas e geométricas. Diferentemente de outros estudos, a manipulação do modelo parece ter ajudado o aluno a perceber e interpretar as forças internas horizontais ( $H_c$  e  $H_t$ ) como variável dependente da carga (P).

Quadro 3. Resposta errada (3).

### **Questão 10**

A questão 10 deseja saber o que acontece com os elementos P, H, h e V ao aumentar ou diminuir o vão L. Os alunos responderam a essa questão conforme as seguintes categorias:

Quadro 1. Resposta certa (26). Uma das questões essenciais dessa análise é que o aluno deveria perceber que as grandezas físicas (P, V e H) não afetam as grandezas geométricas na viga. Entretanto as grandezas geométricas (L e h) afetam H, uma das grandezas físicas da viga.

Quadro 2. Resposta certa, mas incompleta (3).

Quadro 3. Resposta errada (14).

### **Questão 11**

A questão 11 deseja saber o que acontece com os elementos P, H, L e V ao aumentar ou diminuir a altura h. Os alunos responderam a essa questão conforme as seguintes categorias:

Quadro 1. Resposta certa (31). Uma das questões essenciais dessa análise é que o aluno deveria perceber que as grandezas físicas (P, V e H) não afetam as grandezas geométricas na viga. Entretanto as grandezas geométricas (L e h) afetam H, uma das grandezas físicas da viga.

Quadro 2. Resposta certa, mas incompleta (9).

Quadro 3. Resposta errada: (2).

### **Questão 12**

A última questão deseja saber qual a relação entre variáveis físicas e geométricas: "Baseado nas respostas das questões anteriores diga como as variáveis geométricas influenciam as variáveis físicas". Os alunos responderam a essa questão conforme as seguintes categorias:



Quadro 1. Resposta certa (15). Uma das questões essenciais dessa análise é que o aluno deveria perceber que as grandezas físicas (P, V e H) não afetam as grandezas geométricas na viga. Entretanto as grandezas geométricas (L e h) afetam H, uma das grandezas físicas da viga.

Quadro 2. Resposta certa, mas incompleta (20).

Quadro 3. Resposta errada (8)

As respostas das questões foram categorizadas no sentido de saber como o aluno as interpretou.

#### **4.2 Discussão Conceitual**

Com relação à distância entre os apoios, diferentemente dos outros elementos, os alunos tiveram dificuldade em definir o nome apropriado que representasse essa entidade geométrica tão importante no contexto das edificações e do cálculo estrutural, que é o vão representado pela letra L. Indagados sobre os espaços livres das edificações eles concluíram que o nome exato é vão livre. Essa dificuldade dos alunos em diferenciar o comprimento da viga do vão consiste na razão de ser desta pesquisa que desenvolvemos entre professor de Geometria e Desenho e o professor de Sistemas Estruturais.

A dificuldade do aluno em identificar as grandezas geométricas (L e h) nos sistemas estruturais e relacioná-los com as grandezas físicas (P, H e V) foi identificada em pesquisa anterior e isso foi o que nos motivou a desenvolver essa pesquisa. Ainda em relação a variáveis geométricas, como a altura (h) que simboliza a distância entre os vetores das forças internas horizontais (Hc e Ht), os estudantes a confundiram com a altura da viga.

Supõe-se que eles já estão habituados que a letra h indica altura de alguma coisa e isso é comprovado nas indicações que os estudantes fizeram em todos os desenhos do questionário onde a letra h aparece como indicação da altura da viga.

A grande maioria (90%) indicou h no desenho, como sendo a altura da viga. A minoria que corresponde a 4 alunos (10%) acertou a definição da altura (h) e também a sua indicação no desenho. Metade dos alunos que corresponde a 22 (50%) errou a definição da altura (h) respondendo que seria a altura da viga, a outra parte que corresponde a 17 alunos (40%) respondeu corretamente, mas indicou errado no desenho.

### **5 Considerações Finais**

A questão essencial deste estudo é investigar a compreensão dos estudantes sobre os 5 elementos estruturais durante a aprendizagem na disciplina Desenho e Geometria. Os alunos manipularam os modelos construídos no “Cabri Géomètre” com o objetivo de serem estimulados a perceberem as grandezas físicas e geométricas.

Esperamos como resultado desse estudo que o aluno continue interagindo com esses e outros modelos didáticos criados por *softwares* de geometria dinâmica e disponibilizados na internet, e assim perceba as relações entre os cinco elementos em destaque: a reação vertical (V) e a força interna horizontal (H) que são variáveis dependentes do vão (L) e da altura (h).

Assim, manipulando os modelos, o aluno perceberá que as variáveis geométricas vão (L) e altura (h) precisam ser readequadas, conforme a repercussão na variável física força interna horizontal (H) e que a carga (P), enquanto variável independente influenciará a reação vertical (V).

Ao analisar os resultados obtidos nos questionários seguindo uma abordagem fenomenográfica, conclui-se que todos os estudantes interagiram com os modelos respondendo ao questionário, porém suas respostas variaram conforme suas percepções e conhecimentos prévios a cerca da significação dos desenhos, vetores e distâncias.

Além da questão essencial deste estudo que é levar o aluno a perceber os cinco elementos fundamentais do mecanismo da viga, há de se considerar que o elemento designado por H como força horizontal interna é de maior complexidade na percepção e entendimentos dos estudantes.

## Referências

- [1] BARISON, M. B. Geométrica: Desenho e Geometria On Line, Disponível em: <<http://www.mat.uel.br/geometrica>> Acesso em: 12 maio 2007.
- [2] LOURENÇO, M. L. **Cabri-Géomètre II**: introdução e atividades. Catanduva: Ed. FAFICA, 2000.
- [3] MARTON, F., DALL'ALBA, G. and BEATY, E. Conceptions of Learning. **International Journal of Educational Research**, n.19, p. 277-300, 1993.
- [4] PROSSER, M.; TRIGWELL, K.; HAZEL, E. & WATERHOUSE, F. Students' experiences of studying physics concepts: The effects of disintegrated perceptions and approaches. **European Journal of Psychology of Education**, v. 15, n. 1, p. 61-74, 2000.
- [5] RAMSDEN, P.; MASTERS, G.; STEPHANOU, A.; WALSH, E.; MARTIN, E.; LAURILLARD, D. and MARTON, F. Phenomenographic Research and the Measurement of Understanding: an Investigation of Students' Conceptions of Speed, Distance and Time. **International Journal of Educational Research**, n. 19, p. 301-316, 1993.
- [6] REBELLO, Y.; LEITE, E. E.; LEITE, M. A. A. A Métrica da Forma. **Arquitetura e Urbanismo**, n. 151, 2006.
- [7] VAN DER ROHE, M. **Die Kunst der Struktur**. Zürich: Verlag für Architektur Artemio, 1972.
- [8] WILLIAM BLACKWELL, A. I. A. **Geometry In Architecture**. Berkeley: Key Currículum Press, 1991.